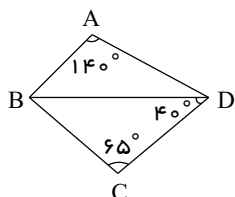


۱- دو نقطه A و B به فاصله ۵ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه را می توان یافت که از نقطه A ، ۲ سانتی متر و از نقطه B ، ۴ سانتی متر فاصله داشته باشند؟

- ① هیچ ② ۱ ③ ۲ ④ بی شمار

۲- باتوجه به شکل زیر، کدام پاره خط بیش ترین طول را دارد؟



- ① AD ② BD
③ BC ④ CD

۳- تعداد نقاطی از صفحه که به فاصله ی ثابت P از نقطه ی A باشند و از نقاط B, C به یک فاصله باشند، کدام است؟

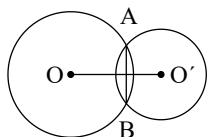
- ① حداقل یکی ② حداکثر یکی ③ حداکثر دو تا ④ دقیقا دو

۴- در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویه ی \hat{A} ضلع BC را در نقطه ی D قطع می کند، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

- ① $AB > BD$ ② $DA > DB$ ③ $AB > AD$ ④ $DB > DA$

۵- چند مثلث متمایز ABC با اطلاعات $BC = 8$ ، میانه ی $AM = 6$ و مساحت $S = 32$ قابل رسم است؟

- ① هیچ ② ۱ ③ ۲ ④ ۴



۶- در شکل زیر O و O' مرکز دو دایره اند. کدام گزینه در مورد این شکل درست است؟

- ① AB, OO' را نصف می کند.
② AB و OO' عمود منصف یکدیگرند.
③ مثلث OAB متساوی الاضلاع است.
④ OO' عمود منصف AB است.

۷- کدام یک از چهارضلعی های زیر را نمی توان به صورت منحصر به فرد رسم کرد؟

- ① متوازی الاضلاعی که طول های قطرهای آن ۶ و ۸ سانتی متر است.
② لوزی ای که طول قطرهای آن ۶ و ۱۰ سانتی متر است.
③ مربعی که طول قطر آن ۷ سانتی متر است.
④ لوزی ای که طول ضلع و قطر آن به ترتیب ۵ و ۶ سانتی متر است.

۸- کدام یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟

- ① مثلث های همنهشت، زاویه های نظیر مساوی دارند.
② در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه رأس، ضلع مقابل آن را نصف می کند.
③ زوایای مجاور هر متوازی الاضلاع مکمل یکدیگرند.
④ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۹- کدام یک از گزاره های زیر، مثال نقض دارد؟

- ① هر دو مثلث همنهشت، هم مساحت هستند.
② چهارضلعی ای که قطرهایش هم اندازه و عمود بر هم باشند، مربع است.
③ عمود منصف های اضلاع هر مثلث، همسرا اند.
④ چهارضلعی ای که قطرهایش منصف یکدیگر باشند، متوازی الاضلاع است.

۱۰- اگر $x + 5, x - 2, x + 1$ ، طول اضلاع مثلثی باشند، کدام عدد می تواند محیط این مثلث باشد؟

- ① ۵ ② ۸ ③ ۱۰ ④ ۱۸

۱۱- چند متوازی الاضلاع غیر همنهشت به اضلاع ۴ و ۷ می توان رسم کرد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۴ ④ بی شمار

۱۲- چند لوزی متفاوت می توان رسم نمود به گونه ای که طول ضلع آن ۵ و طول یکی از قطرهای آن ۷ باشد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ بی شمار



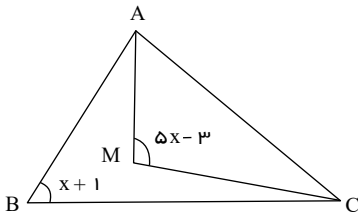


۱۳- تمام زوایای مثلث ABC عدد صحیح هستند. اگر $AC > BC > AB$ و $\hat{A} = 80^\circ$ ، بیشترین مقدار ممکن برای زاویه C کدام است؟

- ① 19° ② 39° ③ 59° ④ 79°

۱۴- در مثلث شکل مقابل محدوده x کدام است؟

- ① $x > 2$
② $x < 2$
③ $x > 1$
④ $x < 1$



۱۵- چند مثلث متساوی الساقین با طول اضلاع صحیح و محیط ۱۶ واحد می توان رسم کرد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۶- در مثلث ABC ، زاویه A حاده است. اگر عمودمنصف های دوزلع AC و AB یکدیگر را در نقطه O قطع کنند در این صورت زاویه \hat{BOC} همواره برابر کدام است؟

- ① $90^\circ + \frac{1}{3}\hat{A}$ ② $\hat{B} + \hat{C}$ ③ $\frac{1}{3}(\hat{B} + \hat{C})$ ④ $2\hat{A}$

۱۷- در چهارضلعی $ABCD$ ، هرگاه AB کوچک ترین و DC بزرگ ترین ضلع باشد، آن گاه کدام رابطه الزاماً صحیح است؟

- ① $\hat{B} > \hat{A}$ ② $\hat{D} > \hat{C}$ ③ $\hat{B} > \hat{D}$ ④ $BC > AD$

۱۸- چند نقطه در یک صفحه وجود دارد که از یک پاره خط به طول $5cm$ ، به اندازه ی ۲ واحد فاصله داشته باشند و از وسط همان پاره خط ۳ واحد فاصله داشته باشند.

- ① صفر ② ۲ ③ ۴ ④ بی شمار

۱۹- جمله ی «من هرگاه از تلویزیون مسابقه ی فوتبال نگاه می کنیم تیم من می بازد پس من امروز که تیم محبوبم مسابقه دارد تلویزیون نگاه نمی کنم تا ببرد» را در نظر بگیرید. از کدام استدلال استفاده شده است؟

- ① استنتاجی ② استقرایی ③ تمثیلی ④ مثال نقض

۲۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 70^\circ$ و $\hat{B} = 80^\circ$ است. زاویه ی بین نیمساز \hat{A} و عمودمنصف BC کدام است؟

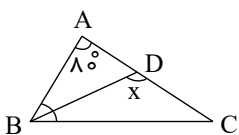
- ① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30°

۲۱- در مثلث MNE ، اگر $ME = 2MN$ باشد، آن گاه نیمساز زاویه ی M با میانه ی ضلع ME چه زاویه ای می سازد؟

- ① 30° ② 45° ③ 60° ④ 90°

۲۲- اگر نیمساز داخلی زاویه ی A از مثلث ABC با نیمساز خارجی زاویه ی C از آن مثلث، زاویه ی 20° بسازد، زاویه ی بین نیمسازهای داخلی زاویه های A و C از مثلث کدام است؟

- ① 100° ② 110° ③ 90° ④ 80°



۲۳- در شکل مقابل، BD نیمساز است. $x = \hat{BDC}$ کدام مقدار نمی تواند باشد؟

- ① 130° ② 120° ③ 110° ④ 100°

۲۴- با کدام یک از معلومات زیر فقط یک مثلث مشخص می شود؟

- ① طول های دو ضلع و زاویه ی مجاور به یکی از آنها
② سه زاویه
③ یک ضلع و یک زاویه
④ اوساط سه ضلع

۲۵- در مثلث ABC ، اگر $BC = 5$ ، $AB = 3$ و $\hat{C} = 30^\circ$ باشد، به چند حالت این مثلث قابل رسم است؟

- ① نشدنی است ② ۱ ③ ۲ ④ ۳





۲۶- در یک مثلث، بین زوایا، رابطه‌ی $\hat{A} = \hat{B} - 2\hat{C}$ برقرار است. محل تلاقی عمود منصف‌های این مثلث کجا قرار دارد؟

- ① داخل مثلث ② خارج مثلث ③ روی یکی از رأس‌ها ④ وسط یکی از اضلاع

۲۷- اگر در مثلث ABC ، بین اضلاع روابط $a + c = 2b$ و $c > a$ برقرار باشد، آن‌گاه بین زوایا کدام رابطه برقرار است؟

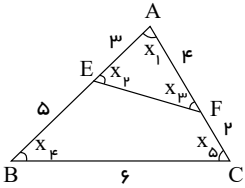
- ① $\hat{B} > \hat{C} > \hat{A}$ ② $\hat{C} > \hat{A} > \hat{B}$ ③ $\hat{C} > \hat{A} = \hat{B}$ ④ $\hat{C} > \hat{B} > \hat{A}$

۲۸- چند نقطه با فاصله‌های مساوی از سه خط دوه‌دو متقاطع وجود دارد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۲۹- در شکل زیر کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه نشان داده شده به ترتیب کدام است؟

- ① x_5, x_3 ② x_3, x_5
③ x_4, x_1 ④ x_1, x_4



۳۰- در مثلث ABC ، اگر $a = 7$ ، $\hat{A} > 90^\circ$ باشد و AM میانه ضلع BC باشد، طول آن کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۳۱- در مثلث ABC طول نیمساز زاویه A برابر ضلع AB است. در این صورت کدام گزینه درست است؟

- ① $\hat{B} = \hat{C}$ ② $\hat{B} > \hat{C}$ ③ $\hat{B} < \hat{C}$ ④ $2\hat{B} = \hat{C}$

۳۲- اگر یک ضلع مثلثی از دو ضلع دیگر آن بزرگ‌تر باشد، زاویه‌ی مقابل به آن

- ① منفرجه است. ② حاده است. ③ قائمه است. ④ بزرگ‌تر از 90° است.

۳۳- در مثلث ABC اگر $AB = 4$ و $AC = 6$ باشد، کدام یک از اعداد زیر می‌تواند اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع BC باشد؟

- ① ۷ ② ۴٫۵ ③ ۵٫۵ ④ ۹

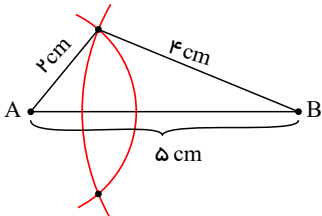




پاسخنامه تشریحی

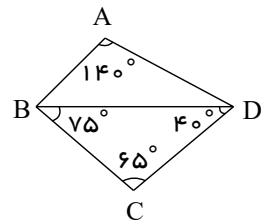
۱ - گزینه ۳ با استفاده از کاربرد مکان هندسی، دهانه پراگار را به اندازه ۲ سانتی متر باز کرده و به مرکز A کمانی رسم می‌کنیم. به همین ترتیب کمانی به شعاع ۴ سانتی متر به مرکز B ترسیم می‌کنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

این دو نقطه دارای یک ویژگی مشترک هستند. هر دو به اندازه ۲ سانتی متر از نقطه A و به اندازه ۴ سانتی متر از نقطه B فاصله دارند.



۲ - گزینه ۴

$$\hat{BDC} : \hat{DBC} = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$$



در مثلث ABD ، زاویه A از دو زاویه دیگر بزرگ تر است پس BD بزرگ ترین ضلع مثلث ABD است. از طرفی:

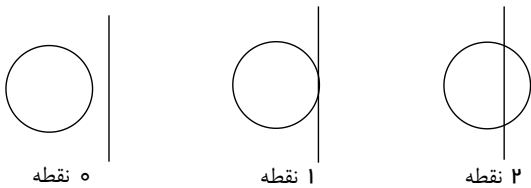
$$\hat{BDC} : 75^\circ > 65^\circ > 40^\circ \Rightarrow DC > BD > BC$$

پس DC بزرگ ترین پاره خط در شکل داده شده است.

۳ - گزینه ۳ در این گونه سوالها ابتدا همه ی نقاطی را که گفته شد، تک تک بدست می آوریم و سپس اشتراک می گیریم.

۱- نقاطی که از A به فاصله P باشند، دایره ای به مرکز A و شعاع P است.

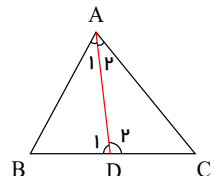
۲- نقاطی که از B, C به یک فاصله اند، خط عمود منصف BC است حال اشتراک یک خط و دایره را بررسی می کنیم.



۴ - گزینه ۱ D_1 زاویه خارجی مثلث ADC است

بنابراین:

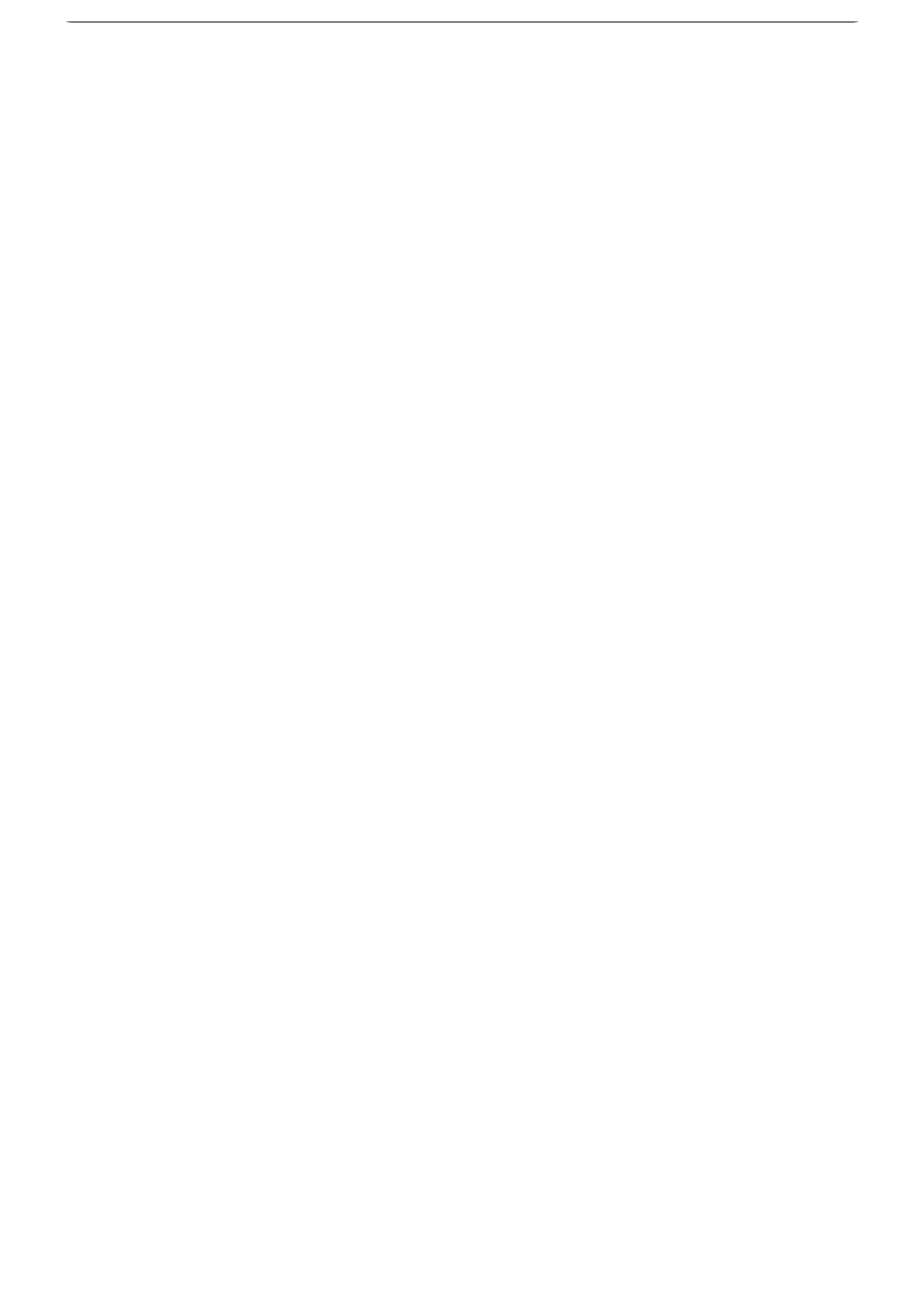
$$\hat{D}_1 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} AB > BD$$

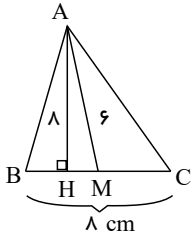


۵ - گزینه ۱ اگر AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آن گاه:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} AH \times 8 \Rightarrow AH = 8$$

می دانیم طول ارتفاع نظیر یک رأس نمی تواند از طول میانه ی نظیر آن رأس بیش تر باشد، بنابراین مثلثی با طول میانه ی $AM = 6$ و طول ارتفاع $AH = 8$ وجود ندارد.



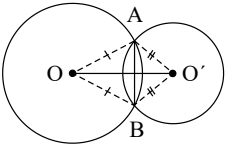


۶ - گزینه ۴ باتوجه به نتیجه ی (۲) صفحه ی ۱۳ کتاب درسی هر نقطه ای که از دو سر پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمود منصف آن قرار دارد:

روی عمود منصف $AB \Rightarrow OA = OB$ (شعاع دایره)

روی عمود منصف $AB \Rightarrow O'A = O'B$ (شعاع دایره)

در نتیجه OO' عمود منصف AB است.



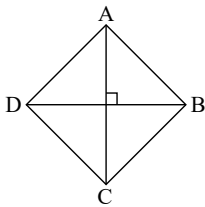
۷ - گزینه ۱ چون زاویه محل تقاطع قطرهای متوازی الاضلاع به طول ۶ و ۸ سانتی متر مشخص نیست، بنابراین بی شمار متوازی الاضلاع با این اندازه قطرها می توان رسم نمود. در صورتی که زاویه بین دو قطر معلوم می شد، این متوازی الاضلاع منحصر به فرد می شد.

۸ - گزینه ۱ قضیه ای را دو شرطی می گوئیم که خود قضیه و عکس آن، هر دو درست باشند، بنابراین، با بررسی گزینه ها در می یابیم که عکس قضیه مربوط به گزینه ۱ صحیح نیست. زیرا اگر زاویه های نظیر در دو مثلث مساوی باشند، الزاماً دو مثلث هم نهشت نیستند بلکه با این وضعیت می توان ادعا کرد دو مثلث متشابهند نه هم نهشت.

۹ - گزینه ۳

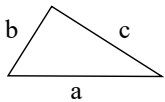
درستی بعضی از گزینه ها کاملاً مشخص است و به عنوان مثال نقض گزینه ۳، به شکل زیر توجه کنید:

در چهارضلعی $ABCD$ ، دو قطر AC و BD هم اندازه و بر هم عمود هستند، ولی این چهارضلعی مربع نیست.



۱۰ - گزینه ۴

نامساوی مثلث: $|b - c| < a < b + c$



طول اضلاع مثلث باید در نامساوی مثلثی صدق کند. داریم:

$$2x - 2 + x + 5 > x + 1 \Rightarrow x > -1$$

$$x + 5 + x + 1 > 2x - 2 \Rightarrow 6 > -2 \text{ بدیهی}$$

$$2x - 2 + x + 1 > x + 5 \Rightarrow x > 3$$

بنابراین مقادیر قابل قبول برای x ، به صورت $x > 3$ است.

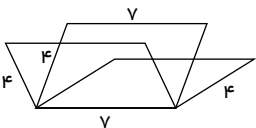
$$\text{محیط مثلث} = x + 5 + 2x - 2 + x + 1 = 4x + 4$$

$$x > 3 \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow 4x + 4 > 16$$

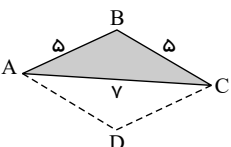
پس تنها عدد ۱۸ از بین گزینه ها می تواند محیط این مثلث باشد.

۱۱ - گزینه ۴

چون زاویه بین دو ضلع ۴ و ۷ مشخص نیست بنابراین بی شمار متوازی الاضلاع می توان رسم کرد.



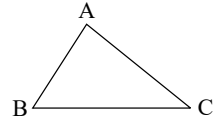
۱۲ - گزینه ۲ می دانیم که در لوزی اضلاع باهم برابرند. بنابراین ابتدا با داشتن سه ضلع ۵ و ۵ و ۷ سانتی متر یک مثلث می توان رسم کرد که اگر آن را نسبت به قطر داده شده قرینه کنیم، لوزی مورد نظر رسم خواهد شد.



۱۳ - گزینه ۱ نکته: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشد، زاویه روبه رو به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر از زاویه روبه رو به ضلع کوچک تر است.

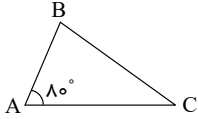


$$AB < AC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$$



با توجه به نکته، در مثلث مذکور داریم:

$$AC > BC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$$



چون $\hat{A} = 80^\circ$ پس $\hat{B} > 80^\circ$. بنابراین برای اینکه \hat{C} بیشترین مقدار را داشته باشد باید \hat{B} کمترین مقدار را داشته باشد. چون زاویه‌ها عدد صحیح‌اند، کمترین مقدار \hat{B} برابر است با: $\hat{B} = 81^\circ$

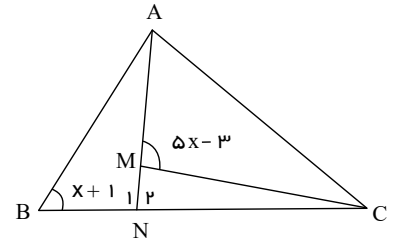
$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 19^\circ$$

بنابراین بیشترین مقدار \hat{C} برابر است با: $\hat{C} = 19^\circ$

۱۴ - گزینه ۳ اثبات: AM (یا CM) را امتداد می‌دهیم. تا BC را در نقطه N قطع کند.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle MNC: \widehat{M} = \widehat{N}_2 + \widehat{C} \rightarrow \widehat{M} > \widehat{N}_2 \\ \triangle ABN: \widehat{N}_2 = \widehat{A} + \widehat{B} \rightarrow \widehat{N}_2 > \widehat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{M} > \widehat{B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x - 3 > x + 1 \Rightarrow 4x > 4 \rightarrow x > 1$$



راه حل دوم: نکته: مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است. با توجه به شکل، داریم:

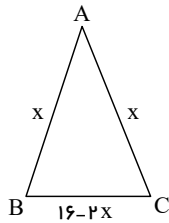
$$\hat{C}_1 < \hat{C}, \hat{A}_1 < \hat{A}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \triangle AMC: \hat{A}_1 + \hat{M} + \hat{C}_1 = 180^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{M} + \hat{C}_1$$

$$\xrightarrow[\hat{A}_1 < \hat{A}]{\hat{C} < \hat{C}_1} \hat{B} < \hat{M} \rightarrow 5x - 3 > x + 1 \Rightarrow x > 1$$

۱۵ - گزینه ۳

فرض کنیم طول ساق مثلث برابر x باشد. در این صورت طول قاعده مثلث برابر با $16 - 2x$ خواهد بود.



حال بنا به قضیه نامساوی مثلثی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x + x > 16 - 2x \Rightarrow 4x > 16 \Rightarrow x > 4 \\ x + (16 - 2x) > x \Rightarrow 2x < 16 \Rightarrow x < 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 < x < 8$$

بنابراین تنها مقادیر صحیح ممکن برای x ، ۵، ۶ و ۷ هستند.





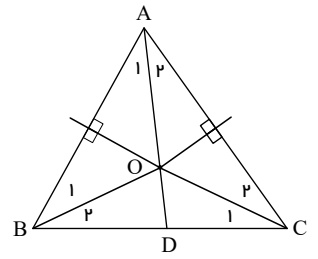
۱۶ - گزینه ۴

$$AB \text{ عمود منصف } O \rightarrow OB = OA \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

$$AC \text{ عمود منصف } O \rightarrow OA = OC \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \hat{AOB} \rightarrow \text{مثلث خارجی } \hat{BOD} \\ \hat{A}_2 + \hat{C}_2 = \hat{COD} \rightarrow \text{مثلث خارجی } \hat{AOC} \\ \Rightarrow 2\hat{A}_1 + 2\hat{A}_2 = \hat{BOD} + \hat{COD} \end{cases}$$

$$2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2) = \hat{BOC} \rightarrow \hat{BOC} = 2\hat{A}$$



۱۷ - گزینه ۳

قطر BD را رسم می‌کنیم. در مثلث ABD داریم:

$$AB < AD \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{D}_1$$

همچنین در مثلث BCD داریم:

$$DC < BC \Rightarrow \hat{B}_2 > \hat{D}_2$$

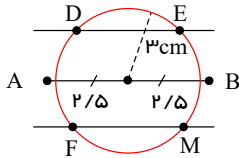
از جمع طرفین دو رابطه فوق خواهیم داشت: $\hat{B} > \hat{D}$

۱۸ - گزینه ۳

به موازات AB دو خط به فاصله ۲cm رسم می‌کنیم.

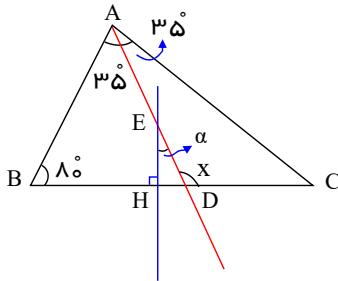
یک دایره به مرکز وسط پاره خط و به شعاع ۳cm رسم می‌کنیم.

محل برخورد دو خط و دایره جواب مسئله است. (نقاط M و F، E، D)



۱۹ - گزینه ۲ استدلال استقرایی چون دلیلی وجود ندارد حتماً درست باشد. پس از چندین بار آزمایش نتیجه گیری کرده است.

۲۰ - گزینه ۳



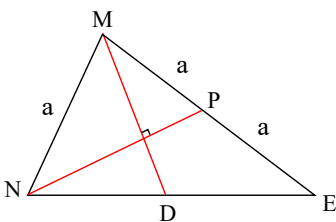
$$\hat{ABD} \text{ مثلث خارجی } \hat{x} = 80^\circ + 35^\circ = 115^\circ$$

$$\hat{DHE} \text{ مثلث قائم الزاویه } \hat{x} = 90^\circ + \alpha = 115^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 25^\circ$$

۲۱ - گزینه ۴

فرض کنید NP میانه‌ی ضلع ME باشد در این صورت $MN = MP$ پس مثلث MPN متساوی الساقین است و در مثلث متساوی الساقین،

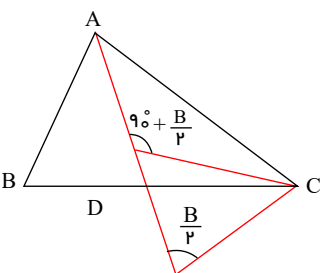
ارتفاع و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند. در نتیجه نیمساز زاویه‌ی M بر قاعده NP عمود است. بنابراین گزینه‌ی ۴ پاسخ است.



۲۲ - گزینه ۲

زاویه‌ی بین نیمساز زاویه‌ی داخلی A و نیمساز زاویه‌ی خارجی C برابر $\frac{\hat{B}}{2}$ است.

همچنین زاویه‌ی بین نیمسازهای داخلی A و C برابر $90^\circ + \frac{\hat{B}}{2}$ است.



$$\frac{\hat{B}}{2} = 20^\circ$$

$$\hat{C} \text{ و } \hat{A} \text{ داخلی بین نیمسازهای داخلی } = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$$



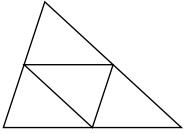


۲۳ - گزینه ۱

$$\hat{A} = 80^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \Rightarrow \hat{B} < 100^\circ \Rightarrow \widehat{ABD} = \frac{\hat{B}}{2} < 50^\circ$$

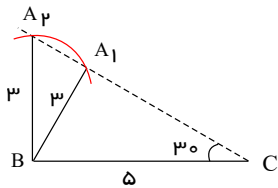
$$\widehat{ABD} + \widehat{BDC} = 80^\circ + \widehat{ABD} \Rightarrow 80^\circ < \widehat{BDC} < 130^\circ$$

۲۴ - گزینه ۴ با داشتن وسطهای اضلاع مثلث، می توان مثلث اولیه را تشکیل داد. بدین ترتیب که اگر از این نقاط وسط به موازات اضلاع مقابل خطوطی رسم کنیم، مثلث حاصل از برخورد این خطوط، مثلث مورد نظر خواهد بود و به این روش فقط یک مثلث تشکیل می شود.

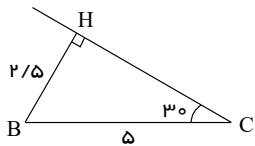


۲۵ - گزینه ۳

ابتدا پاره خط BC به طول ۵ را رسم و سپس از رأس C نیم خطی را با زاویه 30° رسم می کنیم. به مرکز B و به شعاع ۳ کمانی رسم می کنیم تا نیم خط را در نقاط A_1 و A_2 قطع کند. دو مثلث $\triangle A_1BC$ و $\triangle A_2BC$ جواب هستند.



توجه کنید که فاصله B تا نیم خط رسم شده از C برابر ۲٫۵ است. زیرا:



$$\hat{C} = 30^\circ \Rightarrow BH = \frac{BC}{2} = 2,5$$

بنابراین کمان رسم شده به مرکز B و شعاع ۳ حتماً نیم خط را در ۲ نقطه قطع می کند.

۲۶ - گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} = \hat{B} - 2\hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A} + 2\hat{C} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\hat{A} + 3\hat{C} = 180^\circ$$

$$2(\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - \hat{C} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} < 90^\circ \Rightarrow \hat{B} > 90^\circ$$

بنابراین مثلث، منفرجه الزاویه است و محل تلاقی عمود منصف های آن، خارج مثلث قرار دارد.

۲۷ - گزینه ۴ می دانیم در هر مثلث زاویه ی روبه رو به ضلع بزرگ تر از زاویه ی روبه رو به ضلع کوچک تر، بزرگ تر است. بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} c > a \Rightarrow c + c > a + c \xrightarrow{a+c=2b} 2c > 2b \Rightarrow c > b \Rightarrow \hat{C} > \hat{B} \\ c > a \Rightarrow a + c > a + a \xrightarrow{a+c=2b} 2b > 2a \Rightarrow b > a \Rightarrow \hat{B} > \hat{A} \end{aligned} \right. \Rightarrow \hat{C} > \hat{B} > \hat{A}$$

۲۸ - گزینه ۴ نقطه ی مطلوب محل تلاقی نیمسازهای داخلی و خارجی مثلث است که از سه خط مفروض حاصل شود این نیمسازها در ۴ نقطه متمایز متقاطع هستند پس ۴ نقطه وجود دارد.

۲۹ - گزینه ۱ نکته: در هر مثلث زاویه ی مقابل به ضلع بزرگ تر از زاویه ی مقابل به ضلع کوچک تر، بزرگ تر است.

دقت کنید مثلث ABC متساوی الساقین است زیرا $BC = AC = 6$ پس $x_1 = x_4$.

در مثلث $\triangle AEF$ داریم:

$$x_1 > x_2 > x_3$$

در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$x_5 > x_1 = x_4$$

پس:

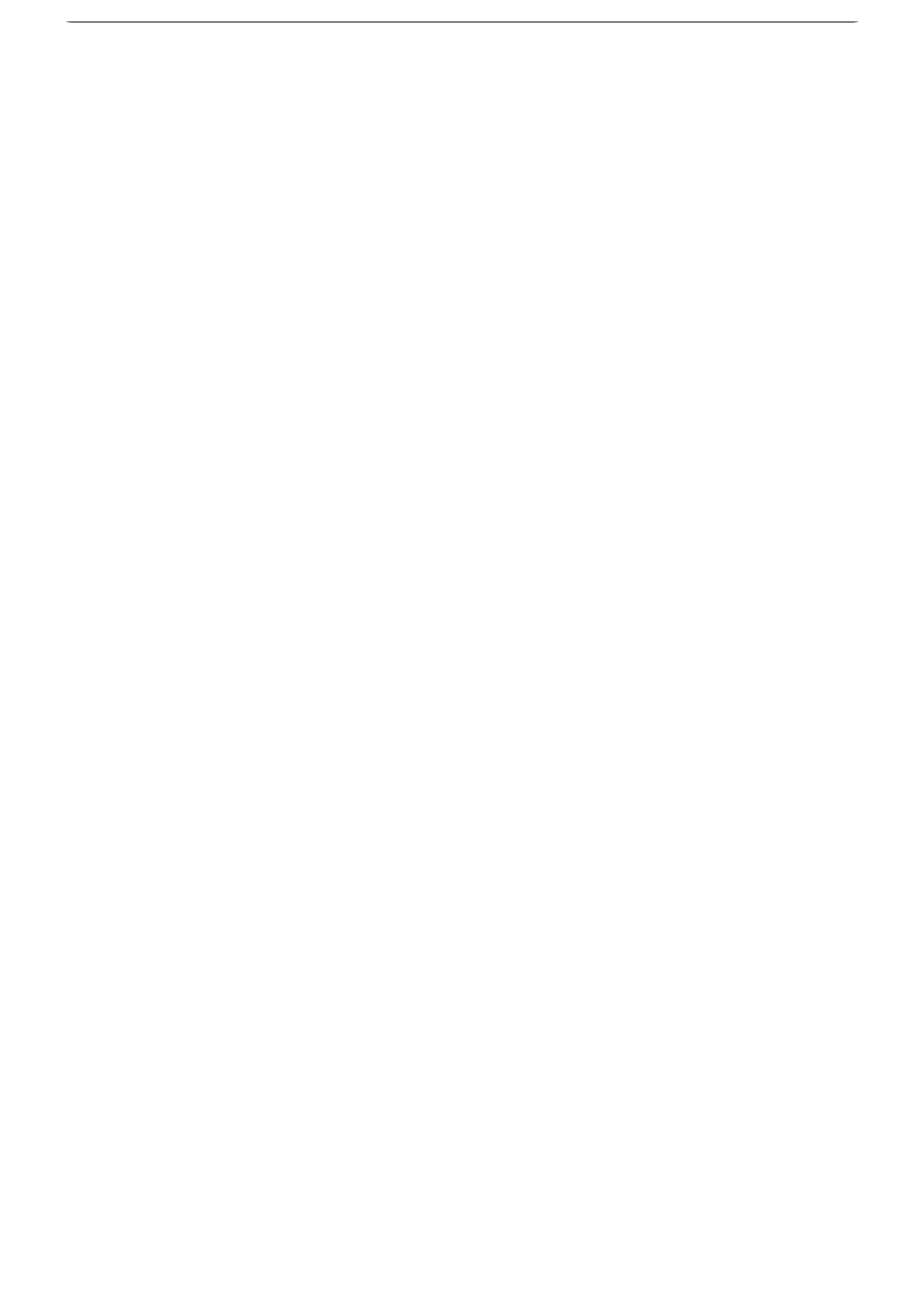
$$x_5 > x_1 = x_4 > x_2 > x_3$$

بنابراین x_5 بزرگترین زاویه و x_3 کوچکترین زاویه است.

۳۰ - گزینه ۱ در مثلث قائم الزاویه میانه ی وارد بر وتر نصف وتر است، و اگر زاویه از 90° بیشتر شود ضلع مقابل بزرگ تر شده و میانه کوتاه تر می شود بنابراین $AM < \frac{BC}{2}$ و در نتیجه

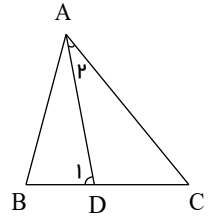
$$AM < \frac{5}{2} = 2,5$$

۳۱ - گزینه ۲ با توجه به شکل داریم:





$$\triangle ADC: \hat{D}_1 = \hat{C} + \hat{A}_p \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{C} \xrightarrow{AB=AD \Rightarrow \hat{B}=\hat{D}_1} \hat{B} > \hat{C}$$

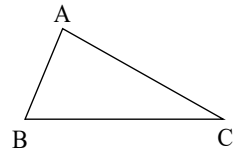


۳۲ - گزینه ۴ می دانیم در هر مثلث زاویه ی روبه رو به ضلع بزرگ تر از زاویه ی روبه رو به ضلع کوچک تر، بزرگ تر است. بنابراین داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \quad \text{و} \quad BC > AC \Rightarrow \hat{A} > \hat{B}$$

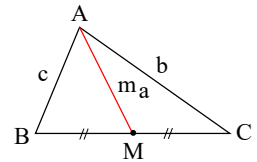
حال با توجه به این که مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ &\xrightarrow{\hat{A} > \hat{B}} 3\hat{A} > \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ &\xrightarrow{\hat{A} > \hat{C}} 3\hat{A} > 180^\circ \Rightarrow \hat{A} > 60^\circ \end{aligned}$$



۳۳ - گزینه ۲ در هر مثلث داریم:

$$\begin{aligned} \frac{|b-c|}{2} < m_a < \frac{b+c}{2} \\ \frac{|6-4|}{2} < m_a < \frac{4+6}{2} \Rightarrow 1 < m_a < 5 \end{aligned}$$



لذا گزینه ی ۲، صحیح است.



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۴	۱۱ - ۴	۱۶ - ۴	۲۱ - ۴	۲۶ - ۲	۳۱ - ۲
۲ - ۴	۷ - ۱	۱۲ - ۲	۱۷ - ۳	۲۲ - ۲	۲۷ - ۴	۳۲ - ۴
۳ - ۳	۸ - ۱	۱۳ - ۱	۱۸ - ۳	۲۳ - ۱	۲۸ - ۴	۳۳ - ۲
۴ - ۱	۹ - ۳	۱۴ - ۳	۱۹ - ۲	۲۴ - ۴	۲۹ - ۱	
۵ - ۱	۱۰ - ۴	۱۵ - ۳	۲۰ - ۳	۲۵ - ۳	۳۰ - ۱	

